

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  és  $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x \cdot \ln x$  függvények.

- 5p** a. Határozzátok meg az  $f$  függvénynek azt az  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  primitívjét, amelyre  $F(1) = 2$ .
- 5p** b. Mutassátok ki, hogy az  $f$  függvény bármely primitívje szigorúan csökkenő az  $(1, 3)$ . intervallumon.
- 5p** c. Számítsátok ki az  $f$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, az  $x = 1$  és  $x = 3$  egyenletű egyenesek által határolt síkrész területét.
- 5p** d. Számítsátok ki  $\int_1^e \frac{g(x)}{x^2} dx$ .
- 5p** e. Adjatok egy példát, indokolva a választást, egy olyan  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényre, melyre  $\int_0^1 h(x) dx \geq 2$  és  $\int_0^2 h(x) dx \leq 8$ .
- 5p** f. Mutassátok ki, hogy:  $\int_1^{\frac{3}{2}} g(x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^2 g(x) dx + \int_2^{\frac{5}{2}} g(x) dx + \int_{\frac{5}{2}}^e g(x) dx > \frac{41}{16}$ .