III. FELADAT (30p)

Bármely $n\in\mathbb{N}, n\le 2009$ esetén, adottak az $f_n, g_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f_n(x)=x^n\cdot(1+x)$ és $g_n(x)=x^n\cdot e^x$ függvények .

5p **a.** Határozzátok meg $\int f_2(x)dx$.

5p **b.** Számítsátok ki $\int_0^1 g_2(x)dx.$.

5p **c.** Határozzátok meg $\int \frac{g_0(x)}{g_1(x)}dx$, $x\in(0,\infty)$.

5p **d.** Határozzátok meg azt a legnagyobb m egész számot, amelyre $\int_1^m \frac{f_1(2x)}{2x}dx\le 10$.

5p **e.** Adjatok egy példát , indokolva a választást ,az f_1 függvénynek egy olyan F_1 primitívjére, amelyre $F_1(1)\in\mathbb{Z}$.

5p **f.** Mutassátok ki, hogy bármely $a\in(0,1)$ esetén, igaz az $\int_0^a g_{2008}(x)dx\ge\int_0^a g_{2009}(x)dx$ egyenlőtlenség.