

III . FELADAT (30p)

Adottak az $f_m, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_m(x) = x^2 - 6x + m$, ahol $m \in \mathbb{R}$ és $g(x) = |x - 2|$ függvények.

5p a. Mutassátok ki, hogy $\int_0^1 f_5(x) dx \geq 0$.

5p b. Határozzátok meg az $m \in \mathbb{R}$ értékét, amelyre $\int_0^1 f_m(x) dx = \frac{7}{3}$.

5p c. Számítsátok ki $\int_0^4 g(x) dx$.

5p d. Határozzátok meg $\int \frac{e^x \cdot f_0(x)}{x} dx$.

5p e. Mutassátok ki, hogy bármely $k \in \mathbb{Z}$ esetén, létezik $m \in \mathbb{Q}$ úgy, hogy $\int_0^2 f_m(x) dx = k$.

5p f. Mutassátok ki, hogy a g függvény bármely G primitívje esetén igaz a $G(2006) + G(2007) < G(2008) + G(2009)$ egyenlőtlenség.