

III. FELADAT (30p)

Adottak az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x$ és $g : [3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{x-2}{f(x)}$ függvények.

5p a. Számítsátok ki $\int_0^1 f(x)dx$.

5p b. Számítsátok ki $\int_1^4 f(\sqrt{x})dx$.

5p c. Határozzátok meg azt a q racionális számot, amelyre $\int_3^4 2 \cdot g(x)dx = \ln q$.

5p d. Mutassátok ki, hogy bármely $m \in \mathbb{R}, m > 3$ esetén igaz az $\int_0^m f(x)dx > 0$ egyenlőtlenség.

5p e. Adjatok egy példát, indokolva a választást, az f függvény egy olyan F primitívjére, amelyre $F(1)$ egész szám.

5p f. Ha S az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=2$ egyenletű egyenesek által határolt síkrész területe, adjatok példát egy olyan k nullától különböző egész számra, amelyre $k \cdot S \in \mathbb{Z}$.