

III. FELADAT (30p)

Adottak az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, $g(x) = (1+x^2) \cdot f(x)$ függvények.

5p a. Számítsátok ki: $\int g(3x^2)dx$.

5p b. Mutassátok ki, hogy $n = \int_0^1 e^x \cdot g(x)dx$ egész szám.

5p c. Számítsátok ki: $\int_0^1 f'(x)dx$.

5p d. Számítsátok ki: $\int_1^e g(x) \cdot \ln x dx$.

5p e. Határozzátok meg azt a legkisebb m egész számot, amelyre $\int_0^1 x \cdot g(x)dx < m$.

5p f. Ha $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a g függvény egy tetszőleges primitívje, határozzátok meg az $a = G(\sqrt{2}) + G(\sqrt{3})$ és $b = G(2) + G(3)$ számok közül a legnagyobbat.