

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x$  függvények.

- 5p** a. Számítsátok ki  $\int_{-1}^1 f(x)dx$ .
- 5p** b. Számítsátok ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikus képei által határolt síkrész területét.
- 5p** c. Számítsátok ki  $\int_1^2 \frac{x+1}{f(x)+g(x)} dx$ .
- 5p** d. Határozzátok meg  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$  értékét, amelyre  $\int_1^n e^x \cdot g(x)dx = 3 \cdot e^4$ .
- 5p** e. Mutassátok ki, hogy bármely  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$  esetén, igaz az  $\int_1^n e^x \cdot g(x)dx \leq \int_1^n e^x \cdot f(x)dx$  egyenlőtlenség
- 5p** f. . Bármely  $t > 0$  esetén, az  $y = t$  egyenletű egyenes metszi az  $f$  függvény grafikus képét az  $A$  és  $B$  pontokban. Ha  $h(t)$  -vel jelöljük az  $A$  és  $B$  pontok közötti távolságot, számítsátok ki  $\int_1^4 h(t)dt$ .