

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + x + 1$ ,  $g(x) = x^3 + x$  függvények.

- 5p** a. Keressétek meg a  $g$  függvénynek azt a  $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  primitívjét, amelyre  $G(2) = 0$ .
- 5p** b. Számítsátok ki  $\int_0^1 f(2x)dx$ .
- 5p** c. Mutassátok ki, hogy az  $f$  függvény bármely  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  primitívje esetén, igaz az  $F(\sqrt{3}) < F(\sqrt{5})$  egyenlőtlenség.
- 5p** d. Adjatok egy példát, indokolva a választást, egy olyan nem állandó és  $g$  függvénytől különböző  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényre, amelyre  $\int_0^1 g(x)dx = \int_0^1 h(x)dx$ .
- 5p** e. Számítsátok ki:  $\int [f(x) - g(x)] dx$ .
- 5p** f. Számítsátok ki:  $\int (f(x) - x^2) \cdot \ln x dx$ , ha  $x \in (0, \infty)$ .