

III. FELADAT (30p)

Bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén jelöljük $I_n = \int_0^n (n - x^2) dx$, $J_n = \int_1^n \frac{n}{x} dx$.

5p a. Számítsátok ki I_1 -et.

5p b. Határozzátok meg a $k \in \mathbb{Z}$ számot, ha $J_2 = \ln k$.

5p c. Határozzátok meg azt a legnagyobb n természetes számot, amelyre $I_n \geq 0$.

5p d. Határozzátok meg azokat az n , $n \geq 2$, természetes számokat, amelyre $J_2 + J_3 + \dots + J_n < \ln 2009$.

5p e. Mutassátok ki, hogy $J_n \leq J_{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$ esetén.

5p f. Adjatok egy példát, indokolva a választást, egy olyan n természetes számra, amelyre I_n egy nullától különböző egész szám.