III. FELADAT (30p)

Adottak az $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(ax^2+b\right)\cdot e^x$, $g(x)=\left(x+1\right)^2\cdot e^x$, $a,b\in\mathbb{R}$ függvények.

5p **a.** Határozzátok meg az $a,b\in\mathbb{R}$ értékeit úgy, hogy f a g függvény egy primitívje legyen.

5p **b.** Keressétek meg a g függvénynek, azt a $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ primitívjét, amelynek grafikus képe tartalmazza az $A(0,2)$ pontot.

5p **c.** Mutassátok ki, hogy létezik $a,b\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$, amelyre $\int_0^3 f(x)\cdot e^{-x}dx\in\mathbb{Z}$

5p **d.** Ha $b=0$, határozzátok meg az $a\in\mathbb{R}$ értékét, amelyre $\int_0^1 f(x)dx=e-2$.

5p **e.** Mutassátok ki, hogy bármely $c\in\left(0,\infty\right)$ esetén, igaz az $\int_0^c g(x)dx\geq c$ egyenlőtlenség.

5p **f.** Ha $a=1$, $b=0$, mutassátok ki, hogy $\int_1^2 \frac{g(x)}{f(x)}dx<3$ (használható, hogy $\ln 2<\frac{3}{4}$) .