

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$ ,  $g(x) = x^2 + 2x + 2$  függvények.

- 5p** a. Számítsátok ki  $\int_0^1 f(x)dx$ .
- 5p** b. Határozzátok meg  $y \in \mathbb{N}$ -t, amelyre  $\int_0^y (g(x) - x^2)dx = 8$ .
- 5p** c. Mutassátok ki, hogy a  $g \in \mathbb{R}$  függvény bármely  $G$  primitívje esetén igaz a  $G(\sqrt{2008}) < G(\sqrt{2009})$  egyenlőtlenség.
- 5p** d. Számítsátok ki  $\int_0^1 (g(x) - x^2) \cdot e^x dx$ .
- 5p** e. Mutassátok ki, hogy bármely  $k > 1$  esetén, az  $f$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely és az  $x = 0, x = k$  egyenletű egyenesek által határolt síkrész területe nagyobb mint  $\frac{9}{4}$ .
- 5p** f. Mutassátok ki, hogy bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén, igaz az  $\int_1^n \frac{1}{g(x)} dx \leq \ln n$  egyenlőtlenség.