

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4 - x^2$ ,  $g(x) = 2x^2 + 3x - 2$  függvények.

- 5p** a. Keressétek meg az  $f$  függvénynek azt az  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  primitívjét, amelyre  $F(1) = 4$ .
- 5p** b. Számítsátok ki  $\int_0^1 g(x) dx$  .
- 5p** c. Határozzátok meg  $m \in \mathbb{R}$  -t úgy, hogy az  $f$  függvény bármely  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  primitívje esetén, az  $x_0 = 1$  pontban a primitív grafikus képehez húzott érintő párhuzamos legyen az  $mx - y - 2 = 0$  egyenletű egyenessel.
- 5p** d. Mutassátok ki, hogy nem létezik  $n \in \mathbb{N}$  amelyre  $\int_n^{n+1} f(x) dx \in \mathbb{Z}$  .
- 5p** e. Számítsátok ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikus képei által határolt síkrész területét.
- 5p** f. Felhasználva esetleg az  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  egyenlőtlenséget, amely igaz bármely  $a, b \in [0, \infty)$  esetén, mutassátok ki, hogy  $\int_{-2}^2 \sqrt{f(x)} dx \leq 8$  .