

III. FELADAT (30p)

Adottak az $f, g : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \ln x^2$ függvények.

- 5p** a) Számítsátok ki $\int_1^e \frac{1}{x} dx$.
- 5p** b) Határozzátok meg az f függvénynek egy F primitívjét, amelyre $F(1) = 2$.
- 5p** c) Mutassátok meg, hogy $G(\sqrt{5}) < G(\sqrt{7})$, ahol G a g függvény egy primitívje.
- 5p** d) Felhasználva a parciális integrálás módszerét, számítsátok ki: $\int g(x) dx$.
- 5p** e) Igazoljátok, hogy $\int_1^e f(x) g(x) dx = 1$.
- 5p** f) Határozzátok meg az $m > 1$ számot úgy, hogy $\int_1^m g(x) dx = 2$.