

**III. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  függvény.

- 5p** a) Számítsátok ki  $\int_2^4 f^2(x) dx$ .
- 5p** b) Mutassátok ki, hogy  $\int_1^2 f(x) \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \frac{3}{2} - \ln 2$ .
- 5p** c) Mutassátok ki, hogy  $f(x) \geq 2$ , bármely  $x > 0$  esetén.
- 5p** d) Számítsátok ki  $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) \sqrt{x} dx$ .
- 5p** e) Mutassátok ki, hogy  $\int_1^n f'(x) dx \geq f(2) - 2$ , bármely  $n \geq 2$  esetén.
- 5p** f) Bizonyítsátok be, hogy  $\int_1^{2009} f(x) dx \geq 2 \cdot 2008$ .