

III. FELADAT (30p)

Adott az $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ függvény.

5p a) Számítsátok ki $\int_2^3 (x^4 - x^2) f(x) dx$.

5p b) Mutassátok ki, hogy az f függvény bármely primitívje növekvő az $(1, +\infty)$ intervallumon.

5p c) Számítsátok ki $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} f'(x) dx$.

5p d) Mutassátok ki, hogy $f(x) > \frac{1}{x^2}$, bármely $x > 1$ esetén.

5p e) Számítsátok ki $\int_{41}^{2009} \frac{1}{x} dx$.

5p f) Felhasználva a **d)** pontban lévő egyenlőtlenséget mutassátok ki, hogy $\int_{41}^{2009} x f(x) dx > \ln 49$.