

**III. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2009}{x-1}$  függvény.

**5p** a) Határozzátok meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $f(x) = x - 1 + \frac{a}{x-1}$ ,  $\forall x \in (1, +\infty)$ .

**5p** b) Számítsátok ki  $\int (x-1) \cdot f(x) dx$ ,  $x \in (1, \infty)$ .

**5p** c) Számítsátok ki  $\int_1^e f(x+1) dx$ .

**5p** d) Mutassátok ki, hogy az  $f$  függvény bármely primitívje növekvő az  $(1, +\infty)$  intervallumon.

**5p** e) Számítsátok ki  $\int_2^3 f'(x) dx$ .

**5p** f) Mutassátok ki, hogy  $\int_2^{2009} f(x) dx \geq \int_2^{2009} (f(x+1) - 1) dx$ .