

III. FELADAT (30p)

Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2009^x$ függvény.

- 5p** a) Határozzátok meg az f függvény egy F primitívjét, amelyre $F(0) = 0$.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki $\int_0^1 f(2x) dx$.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy $f(x) < 1$, bármely $x < 0$ esetén.
- 5p** e) Felhasználva esetleg a **d**) pontot, mutassátok ki, hogy $\int_{-2009}^{-1} f(x) dx < 2008$.
- 5p** f) Ha $a < 0$, mutassátok ki, hogy $\ln 2009^a < 2009^a - 1$.