

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - x$  és  $g(x) = \frac{1}{x+1}$  függvények.

**5p** a) Számítsátok ki  $\int_0^1 f(x) dx$ .

**5p** b) Határozzátok meg az  $f$  függvény egy  $F$  primitívjét, amelyre  $F(2) = 0$ .

**5p** c) Mutassátok ki, ha  $G$  a  $g$  függvény egy primitívje, akkor  $G(\sqrt{2000}) < G(\sqrt{2008})$ .

**5p** d) Számítsátok ki  $\int_0^1 f(x)g(x)dx$ .

**5p** e) Határozzátok meg azt az  $a > 0$  valós számot, amelyre  $\int_0^a f(x)dx = 0$ .

**5p** f) Mutassátok ki, hogy  $\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx + \dots + \int_{n-1}^n f(x)dx + \frac{1}{4} \geq 0$ , bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén.