

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  és  $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$  függvények.

**5p** a) Számítsátok ki  $\int_1^2 f^3(x) dx$ .

**5p** b) Mutassátok ki, hogy  $\int_1^2 f\left(\frac{1}{x^3}\right) dx = \ln 2$ .

**5p** c) Mutassátok ki, hogy  $f(x) + g(x) \geq 2$ , bármely  $x \in (0, +\infty)$  esetén.

**5p** d) Számítsátok ki  $\int_1^2 f^6(x) dx$ .

**5p** e) Számítsátok ki  $\int_1^2 f^3(x) e^x dx$ .

**5p** f) Bizonyítsátok be, hogy  $\int_{2008}^{2009} (f(x) + g(x)) dx \geq 2$ .