

III. FELADATSOR (30p)

Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x}{3x+2}$ függvény.

- 5p** a) Számítsátok ki $\int_0^1 (3x+2) dx$.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int_1^2 f\left(x - \frac{2}{3}\right) dx$.
- 5p** c) Mutassátok ki, ha F az f függvény egy primitívje a $(0, \infty)$ intervallumon, akkor $F(\sqrt[3]{2}) < F(\sqrt[3]{3})$.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy $f(x) < 2$, bármely $x > 0$ esetén.
- 5p** e) Számítsátok ki $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} f'(x) dx$.
- 5p** f) Felhasználva esetleg a **d)** pontot, mutassátok ki, hogy $\int_1^{2009} f(x) dx \leq 2 \cdot 2008$.