

III. FELADAT (30p)

Adott az $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x|$ és $g(x) = \left|x - \frac{1}{2}\right|$ függvény.

5p a) Számítsátok ki $\int f(x) dx$, $x \in (0, \infty)$.

5p b) Mutassátok ki, hogy $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \frac{1}{4}$.

5p c) Számítsátok ki $\int_0^1 g^2(x) dx$.

5p d) Számítsátok ki $\int_0^1 f(x-1) dx$.

5p e) Határozzátok meg az $a > 1$ valós számot, amelyre $\int_1^{\sqrt{a}} f(x) dx = 2009$.

5p f) Számítsátok ki $\int_0^1 g(x) dx$.