

III. FELADAT (30p)

Adott az $f : (\sqrt{2}, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2}$ függvény.

5p a) Számítsátok ki $\int \frac{1}{f(x)} dx$, $x \in (\sqrt{2}, \infty)$.

5p b) Mutassátok ki, hogy $\int_2^4 f(\sqrt{x+2}) dx = \ln 2$.

5p c) Számítsátok ki $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{5}} f'(x) dx$.

5p d) Mutassátok ki, hogy $f(x) > \frac{1}{x^2}$, bármely $x \in (\sqrt{2}, +\infty)$ esetén.

5p e) Számítsátok ki $\int_2^{2009} \frac{1}{3x} dx$.

5p f) Felhasználva esetleg a **d**) pontot, mutassátok ki, hogy $\int_2^{2009} x^2 f(x) dx \geq 2007$.