

**III. FELADATSOR (30p)**

Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1$  és  $g(x) = x^2$  függvények.

- 5p** a) Számítsátok ki  $\int_1^2 f(x) dx$ .
- 5p** b) Mutassátok ki, hogy  $\int_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{3}} g(x) dx = \frac{1}{3}$ .
- 5p** c) Mutassátok ki, hogy ha a  $G$  a  $g$  függvény egy primitív függvénye, akkor  $G\left(\frac{1}{2}\right) > G\left(\frac{1}{3}\right)$ .
- 5p** d) Számítsátok ki  $\int_1^e \frac{f(x)}{g(x)} dx$ .
- 5p** e) Adjatok egy példát az  $f$  függvény egy olyan  $F$  primitívjére, amelyre  $F(x) \geq 0$  bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén.
- 5p** f) Határozzátok meg az  $m > 0$  valós paramétert, amelyre  $\int_{-m}^m f(x) g(x) dx \in \mathbb{Z}$ .