

III. FELADAT (30p)

Adottak az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 1 - x$ és $g(x) = e^x - f(x)$ függvények.

5p a) Mutassátok ki, hogy $\int_0^2 g(x)dx \in \mathbb{Z}$.

5p b) Határozzátok meg az f függvénynek azt a primitívjét, amely grafikus képe átmegy az xOy koordináta-rendszer kezdőpontján.

5p c) Számítsátok ki $\int_0^1 f(x)dx$.

d) Határozzátok meg azt a legkisebb nullától különböző a természetes számot, amelyre

5p
$$\int_0^1 [f(-1)f(0)f(1) + a] x^{2009} dx \in \mathbb{N}.$$

5p e) Bizonyítsátok be az $\int_a^b f(x)dx \geq 0$, egyenlőtlenséget, bármely $a, b \in \mathbb{R}$, $0 \leq a \leq b$ esetén.

5p f) Számítsátok ki $\int_{-1}^1 |x| \cdot f(x)dx$.