

III. FELADAT (30p)

Adottak az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x$ és $g(x) = |2x - 6|$ függvények.

- 5p** a) Keressétek meg az f függvénynek azt az $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ primitívjét, amelyre $F(2) \in \mathbb{Z}$.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int_4^5 \frac{f(x)}{g(x)} dx$.
- 5p** c) Határozzátok meg a q racionális számot, amelyre $\int_4^5 \frac{g(x)}{f(x)} dx = \ln q$.
- 5p** d) Számítsátok ki $\int_2^4 g(x) dx$.
- 5p** e) Számítsátok ki az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x=0$ és $x=3$ egyenletű egyenesek által határolt síkrész területét.
- 5p** f) Mutassátok ki, hogy létezik $n \in \mathbb{N}^*$, amelyre $\int_0^n f(x) dx$ egy természetes szám.