

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 + x^4$  és  $g(x) = 2x^2$  függvények.

**5p** a) Számítsátok ki  $F(-1)$ -et, ha  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  az  $f$  függvénynek az a primitívje, amelyre  $F(1) = 2$ .

**5p** b) Határozzátok meg az  $a$  valós számot, amelyre  $\int_{a-1}^{a+1} \frac{g(x)}{x} dx = 2009$

**5p** c) Határozzátok meg azt a legnagyobb  $k$  természetes számot, amelyre  $\int_0^k g(x) dx < 30$ .

**5p** d) Számítsátok ki  $\int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} dx$ .

**5p** e) Mutassátok ki, hogy bármely  $a > 0$  esetén, igaz az  $\int_0^a f(x) dx \geq \int_0^a g(x) dx$  egyenlőtlenség.

**5p** f) Mutassátok ki, hogy  $\int_1^2 \frac{1}{1+x^4} dx \leq \frac{1}{4}$ .