

III. FELADAT (30p)

Adottak az $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$, $g(x) = x + 1$ és $h(x) = e^{-x}$ függvények.

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy az f függvény bármely $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ primitívje esetén igaz az $F(\sqrt{11}) < F(\sqrt{13})$ egyenlőtlenség.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int f(x)g(x)dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki $\int_0^1 [h(x) + g(x) - 1]dx$.
- 5p** d) Számítsátok ki $\int_{-1}^1 [f(g(x))h(g(x))] \cdot |x| dx$.
- 5p** e) Bizonyítsátok be az $\int_0^1 f(x)dx \geq \int_0^1 h(x)dx$ egyenlőtlenséget.
- 5p** f) Számítsátok ki az abszcissa tengely, a g függvény grafikus képe és az $x = e$ egyenletű egyenes által határolt síkrész területét.