

**III . FELADAT (30p)**

Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 + 2x$  függvény.

- 5p** a) Bizonyítsátok be, ha az  $f$  függvény egy  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény primitívje, akkor  $f(\sqrt{2}) > g(\sqrt{2})$ .
- 5p** b) Határozzátok meg az  $f$  függvénynek azt a primitívjét, amely grafikus képe átmegy az  $xOy$  koordináta-rendszer kezdőpontján.
- 5p** c) Számítsátok ki  $\int_{-1}^1 f\left(\frac{1}{2}x^2\right)dx$ .
- 5p** d) Határozzátok meg az  $m \in \mathbb{N}$  értékét, amelyre  $\int_0^m f(x)dx = 12$ .
- 5p** e) Bizonyítsátok be az  $\int_0^{2009} e^x dx \geq \int_0^{2009} f\left(\frac{1}{2}x\right)dx$  egyenlőtlenséget.
- 5p** f) Számítsátok ki  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f(t)dt}{\int_0^x f(-t)dt}$ .