

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ,  $b + c \neq 0$  és az  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  
 $g(x) = (b+c)x^3 + (c+a)x^2 + (a+b)x + (a+b+c)$  függvények.

- 5p** a) Határozzátok meg a  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt, amelynek primitívje az  $f$  függvény.
- 5p** b) Határozzátok meg az  $f$  függvénynek azt a primitívjét, amelynek grafikus képe átmegy a  $xOy$  koordináta-rendszer kezdőpontján.
- 5p** c) Vizsgáljátok meg, hogy a  $g$  függvény lehet-e az  $f$ -nek a primitívje.
- 5p** d) Ha  $a = -1$ ,  $b = 2$  és  $c = 3$ , számítsátok ki  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .
- 5p** e) Ha  $a = -1$ ,  $b = 2$  és  $c = 3$ , számítsátok ki  $\int_e^{e^2} \frac{x-2}{f(x)-3} dx$ .
- 5p** f) Ha  $a = -1$ ,  $b = 2$  és  $c = 3$ , számítsátok ki  $\int_{-1}^1 [g(x) + g(-x)] dx$ .