

**III. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ ,  $f(x) = 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$  függvény.

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy az  $f$  függvény bármely  $F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  primitívje növekvő a  $(0, +\infty)$  intervallumon.
- 5p** b) Határozzátok meg  $\int xf(x)dx$ .
- 5p** c) Mutassátok ki, hogy  $f(x) \geq \frac{1}{x}$ , bármely  $x \in (0, +\infty)$  esetén.
- 5p** d) Számítsátok ki  $\int_1^2 x^2 f(x)dx$ .
- 5p** e) Felhasználva esetleg a c) pontot, mutassátok ki, hogy  $\int_1^e f(x)dx \geq 1$ .
- 5p** f) Számítsátok ki a  $g : [1; 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  függvény grafikus képének az  $Ox$  tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.