

III. FELADAT (30p)

Adottak az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 1$ és $g(x) = x^2$ függvények.

- 5p** a) Számítsátok ki $\int_{-1}^1 [f(-2)f(-1)f(0)f(1)f(2) + g(\sqrt{2009})] \cdot |x| dx$.
- 5p** b) Bizonyítsátok be, hogy $f'(2x) \neq 2f(x)$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén.
- 5p** c) Határozzátok meg az f és g függvények azon primitívjeit, amelyek grafikus képe átmegy az xOy koordináta-rendszer kezdőpontján.
- 5p** d) Számítsátok ki $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$.
- 5p** e) Számítsátok ki $\int_0^1 f(x)g(x) dx$.
- 5p** f) Bizonyítsátok be az $\int_1^{e^2} f(x) dx \geq \int_1^{e^2} g(\sqrt{x}) dx$ egyenlőtlenséget.