

**III . FELADAT (30p)**

Adott az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x+1)e^x$  függvény .

**5p** a) Mutassátok ki, hogy az  $f$  függvény bármely  $F$  primitívje növekvő az  $(0, +\infty)$  intervallumon.

**5p** b) Számítsátok ki  $\int \frac{f(x)}{e^x} dx$ .

**5p** c) Számítsátok ki  $\int_1^2 \frac{f(x)}{xe^x} dx$ .

**5p** d) Mutassátok ki, hogy  $\frac{1}{x} \leq x+1$ , bármely  $x \in (1, +\infty)$  esetén.

**5p** e) Számítsátok ki  $\int_1^2 f(x) dx$ .

**5p** f) Felhasználva esetleg a **d)** pontot, bizonyítsátok be, hogy  $\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx \leq 2e^2$ .