

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^2 + x - 1$ ,  $g(x) = -f(x)$  függvények.

**5p** a) Bizonyítsátok be, hogy az  $f$  függvény bármely primitívje csökkenő a  $\mathbb{R}$ -en.

**5p** b) Határozzátok meg  $\int f(x) dx$ .

**5p** c) Számítsátok ki  $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx$ .

**5p** d) Számítsátok ki  $\int_0^2 |f(x) + 1| dx$ .

**5p** e) Mutassátok ki, hogy  $\int_0^1 f(x)e^x dx \leq 0$ .

**5p** f) Számítsátok ki a  $g$  függvény grafikus képe és az  $Ox$  tengely által meghatározott síkrész területét a  $[0, 1]$  intervallumon.