

III. FELADAT (30p)

Adottak az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 1$ és $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ függvények.

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy az f függvény primitívjei csökkenők a $(-\infty, 0)$ intervallumon.
- 5p** b) Határozzátok meg $g(x)$ -et.
- 5p** c) Mutassátok ki, hogy a g függvény az f függvény egy primitívje.
- 5p** d) Számítsátok ki $\int_{-1}^1 |x|f(x)dx$.
- 5p** e) Bizonyítsátok be az $\int_1^x f(\ln t)dt \leq \int_1^x \ln[f(t)+1]dt$ egyenlőtlenséget, bármely $x \in [1, \infty)$ esetén.
- 5p** f) Számítsátok ki az f függvény grafikus képe és az Ox tengely által határolt síkrész területét ha $x \in [-1, 1]$.