

III. FELADATSOR (30p)

Adott az $f : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$, $f(x) = \sqrt{x}$ függvény.

- 5p** a) Határozzátok meg az f függvénynek azt a primitívjét, amely grafikus képe átmegy az xOy koordináta-rendszer kezdőpontján.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki $\int_0^2 (f(x) - 1)(f(x) + 1) dx$
- 5p** d) Határozzátok meg az n természetes számot, amelyre $\int_1^n f(x^2) dx = 24$.
- 5p** e) Számítsátok ki az f függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát, ha $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$.
- 5p** f) Mutassátok ki, hogy $\int_1^{2009} f(x) dx \leq \int_1^{2009} \frac{x+1}{2} dx$.