

III. FELADAT (30p)

Adottak az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x - 2\sqrt[3]{x}$ és $g(x) = 1 - x$ függvények.

- 5p** a) Határozzátok meg az f függvénynek azt a primitívjét, amelynek grafikus képe átmegy az xOy koordináta-rendszer kezdőpontján.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int_{-1}^1 [f(x) + f(-x) + 1] dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki $\int_0^{\sqrt{2}} g(1 - x + x^3) dx$.
- 5p** d) Ha G a g függvény egy primitívje, mutassátok ki, hogy $G(2008) > G(2009)$.
- 5p** e) Határozzátok meg az $n \in \mathbb{N}$ értékét úgy, hogy $\int_1^2 g(x) dx + \int_2^3 g(x) dx + \int_3^4 g(x) dx + \dots + \int_{n-1}^n g(x) dx = -32$.
- 5p** f) Számítsátok ki a g függvény grafikus képe, az Ox tengely illetve az $x=0$ és $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkrész területét.