

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 + x$  és  $g(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2}$  függvények.

**5p** a) Számítsátok ki  $\int_1^3 \frac{f(x)}{x+x^2} dx$ .

**5p** b) Vizsgáljátok meg, hogy lehet-e a  $g$  függvény az  $f$  függvény egyik primitívje.

**5p** c) Határozzátok meg az  $f$  függvénynek azt a primitívjét, amelynek grafikus képe átmegy az  $xOy$  koordináta-rendszer kezdőpontján.

**5p** d) Mutassátok ki, hogy ha a  $G$  a  $g$  függvény egy primitívje, akkor  $G(\sqrt{2}) < G(\sqrt{3})$ .

**5p** e) Bizonyítsátok be, hogy  $\int_a^b g(x) dx \geq \int_a^b f(x) dx$ ,  $\forall a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \leq b$  esetén.

**5p** f) Számítsátok ki az  $f$  függvény grafikus képe az  $Ox$  tengely körüli forgatásából származó test térfogatát, ha  $x \in [-1, 1]$ .