

**III. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - 1$  és  $g(x) = e^x - x + 1$  függvények.

- 5p** a) Vizsgáljátok meg, hogy lehet-e a  $g$  függvény az  $f$  függvény egyik primitívje.
- 5p** b) Határozzátok meg, az  $f$  függvénynek azt a primitívjét, amelynek grafikus képe átmegy az  $xOy$  koordináta-rendszer kezdőpontján.
- 5p** c) Számítsátok ki  $\int_0^{\frac{1}{2}} f'(x) dx$ .
- 5p** d) Számítsátok ki az  $f$  függvény egy  $F$  primitívjét, amelyre  $F(0) = 2009$ .
- 5p** e) Bizonyítsátok be, hogy  $\int_{-1}^1 g(x) dx \geq 4$ .
- 5p** f) Határozzátok meg az  $n \in \mathbb{N}^*$  értékét, amelyre  $\int_1^n [f(\ln x)] dx = 8$ .