

**Examenul de bacalaureat național 2020**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Test 1**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Határozd meg a  $(b_n)_{n \geq 1}$  mértani sorozat első három tagjának összegét, ha a sorozat első tagja  $b_1 = 2$  és állandó hányadosa  $q = 3$ .
- 5p** 2. Adottak az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  és  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x - 4$  függvények. Számítsd ki a két függvény metszéspontjainak abszcisszáinak összegét.
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazában a  $2\sqrt{x} = 3 - x$  egyenletet.
- 5p** 4. Számítsd ki a valószínűségét annak, hogy kiválasztva egy tetszőleges számot az  $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, K, \sqrt{50}\}$  halmazból, az **ne** legyen természetes szám.
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(2,3)$ ,  $B(-2,1)$  és  $C(-2,5)$  pontok. Határozd meg ABC háromszög  $A$  csúcsából kiinduló oldalfelező egyenletét.
- 5p** 6. Határozd meg az  $x \in (0, \pi)$  értékét, ha tudjuk, hogy  $(2 \sin x + \cos x)^2 - 4 \cos x (\sin x - \cos x) = 4$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Adottak az  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 3 \\ -3 & x \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $x$  valós szám.
- 5p** a) Igazold, hogy  $\det(A(x)) = x^2 + 9$ , bármely  $x$  valós szám esetén.
- 5p** b) Igazold, hogy  $A(2020 - x) + A(2020 + x) = 2A(2020)$ , bármely  $x$  valós szám esetén.
- 5p** c) Határozd meg azt az  $n$  természetes számot, amelyre  $A(n)A(2 - n) = 2A(-6)$ .
2. Az  $M = [0, +\infty)$  halmazon értelmezzük az  $x * y = \sqrt{x^2 + y^2}$  asszociatív műveletet.
- 5p** a) Igazold, hogy  $N = \sqrt{33} * \sqrt{31}$  egy természetes szám.
- 5p** b) Határozd meg azt az  $x \in M$  számot, amelyre  $(x * x * x)^2 = 300$ .
- 5p** c) Adott az  $f: (-\infty, 0] \rightarrow [0, +\infty)$ ,  $f(x) = \sqrt{-2020x}$  függvény. Igazold, hogy  $f(x + y) = f(x) * f(y)$ , bármely  $x, y \in (-\infty, 0]$  esetén.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-2}{x^2+5}$  függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy  $f'(x) = \frac{(5-x)(x+1)}{(x^2+5)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény vízszintes aszimptotájának egyenletét  $+\infty$ -ben.
- 5p** c) Igazold, hogy  $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{10}$ , bármely  $x$  valós szám esetén.
2. Adottak az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1-3 \ln x}{x^4}$  és  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \frac{\ln x}{x^3}$  függvények.
- 5p** a) Igazold, hogy az  $F$  függvény az  $f$  függvény egy primitív függvénye.

**5p** b) Számítsd ki  $\int_1^e f(x) dx$ .

**5p** c) Igazold, hogy  $\int_e^{e^2} x^2 F(x) dx = \frac{3}{2}$ .