

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Mutassátok ki, hogy $\sqrt{11}(\sqrt{11}+1) - (\sqrt{11}+3) = 8$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 6$ függvény. Határozzátok meg az f függvény grafikonjának az Ox tengellyel meghatározott metszéspontjainak abszcisszáit.
- 5p 3. Oldjátok meg a valós számok halmazán $\sqrt{x^2 + 2} = 3\sqrt{3}$.
- 5p 4. Adott négy különböző pont, bármely három ezek közül nem kollineáris. Számítsd ki hány egyenes húzható két ponton keresztül ezek közül.
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben tekintsük az $M(-1, 2)$ és $N(2, 1)$ pontokat. Határozzátok meg az M pont szimmetrikusának koordinátáit az N pontra nézve.
- 5p 6. Adott az ABC háromszög, $AB = 3\sqrt{2}$, $BC = 9$ és $AC = 3\sqrt{5}$. Számítsátok ki a B szög mértékét.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 1-10a & 8a \\ -5a & 1+4a \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a egy valós szám.
- 5p a) Mutassátok ki, hogy $\det(A(1)) = -5$.
- 5p b) Bizonyítsátok be, hogy $A(a) \cdot A(b) = A(a+b-6ab)$, bármely a és b valós számra.
- 5p c) Határozzátok meg az m és n természetes számokat, amelyekre $A(m) \cdot A(n) = A(6-5mn)$.
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = xy - 3x - 3y + 12$ asszociatív művelet.
- 5p a) Mutassátok ki, hogy $1 * 3 = 3$.
- 5p b) Bizonyítsátok be, hogy $x * y = (x-3)(y-3) + 3$, bármely x és y valós számra.
- 5p c) Határozzátok meg az x valós számokat amelyekre $x * x * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 - 5x + 2020$ függvény.
- 5p a) Mutassátok ki, hogy $f'(x) = 5(x-1)(x+1)(x^2+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Bizonyítsátok be, hogy az f függvény konkáv $(-\infty, 0]$ intervallumon.
- 5p c) Bizonyítsátok be, hogy az $f(x) = 2025$ egyenletnek **nincs megoldása a** $[-1, 1]$ intervallumban.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$ függvény.
- 5p a) Mutassátok ki, hogy az f függvény bármely F primitívje növekvő $[0, \pi]$ intervallumon.
- 5p b) Számítsátok ki $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 2f(x)f'(x) dx$.
- 5p c) Mutassátok ki, hogy $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(x) dx = 1$.