

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Igazoljátok, hogy $\left(5 + \frac{1}{2}\right)\left(5 - \frac{1}{2}\right) = \frac{99}{4}$.
- 5p** 2. Határozzátok meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 4$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 8 - x$ függvények grafikonjai metszéspontjának koordinátáit.
- 5p** 3. Oldjátok meg a valós számok halmazán az $\log_5(2x + 1) = 2$ egyenletet.
- 5p** 4. 10%-os árcsökkenés után egy táblagép ára 630 lej. Határozzátok meg a táblagép árcsökkenés előtti árát.
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(3,1)$ és $B(3,5)$ pontok. Számítsátok ki az AM szakasz hosszát, ahol M az AB szakasz felezőpontja.
- 5p** 6. Igazoljátok, hogy $\cos^2 45^\circ - \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4}$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adottak az $M = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ és $A(a) = \begin{pmatrix} 2+a & 2 \\ 2 & 1+a \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a egy valós szám.
- 5p a)** Igazoljátok, hogy $\det M = 4$.
- 5p b)** Igazoljátok, hogy $A(a) \cdot A(-a) + a^2 \cdot I_2 = M$, bármely a valós szám esetén, ahol $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c)** Határozzátok meg az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, tudva, hogy $M \cdot X = A(0)$.
2. A valós számok halmazán értelmezett az alábbi asszociatív művelet $x * y = x + y - 10$.
- 5p a)** Igazoljátok, hogy $5 * 5 = 0$.
- 5p b)** Határozzátok meg azokat az n természetes számokat, amelyekre $n^2 * n < -4$.
- 5p c)** Határozzátok meg azokat az x valós számokat, amelyekre $x * x * x = x^2 - 18$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ függvény.
- 5p a)** Igazoljátok, hogy $f'(x) = 6x(x - 1), x \in \mathbb{R}$.
- 5p b)** Igazoljátok, hogy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^3 + 2x^2 + x - 2}{x - 1} = 2$.
- 5p c)** Határozzátok meg az f függvény grafikonja azon pontjainak abszcisszáit, amelyekben a függvény grafikonjához húzott érintő párhuzamos az $y = 12x + 2020$ egyenletű egyenessel.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x(x^2 + 1) - 2$ függvény.
- 5p a)** Igazoljátok, hogy $\int_{-1}^1 (f(x) - x + 2) dx = 0$.
- 5p b)** Számítsátok ki $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 2) e^x dx$.

5p c) Határozzátok meg azt a pozitív valós m számot, amelyre $\int_1^2 f(x) dx = m^2 + 1$.