Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_6^2=b_5b_7 \Rightarrow 36=3b_7$ $b_7=12$	**3p** **2p**
2.	$a^2-20=a \Leftrightarrow a^2-a-20=0$ $a=-4$ sau $a=5$	**3p** **2p**
3.	$5^x=5^{-3x} \Leftrightarrow x=-3x \Leftrightarrow 4x=0$ $x=0$	**3p** **2p**
4.	Cifra unităților se poate alege în 3 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 5 moduri, deci sunt $5\cdot 3=15$ numere impare de două cifre distincte, cu cifrele elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4,5,6\}$	**2p** **3p**
5.	$AO=BO=CO$ și $O\in AC$, deci ΔABC este dreptunghic în B Coordonatele ortocentrului triunghiului ABC sunt $x=0$, $y=1$	**2p** **3p**
6.	$\operatorname{tg} x=\sqrt{3}$ și $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow x=\frac{\pi}{3}$ $\cos 2x=\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$M(1)=A+B=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(M(1))=\begin{vmatrix}1&1\\1&1\end{vmatrix}=1\cdot1-1\cdot1=$ $=1-1=0$	**3p** **2p**
b)	$M(x)M(y)=AA+yAB+xBA+xyBB$, $M(y)M(x)=AA+xAB+yBA+yxBB$ Cum $AB=A$ și $BA=B$, obținem $yA+xB=xA+yB\Leftrightarrow(x-y)A=(x-y)B\Leftrightarrow x=y$	**2p** **3p**
c)	$m^2+1=n^2\Leftrightarrow(n-m)(n+m)=1$ Cum m și n sunt numere întregi, obținem $(m,n)=(0,-1)$ sau $(m,n)=(0,1)$	**2p** **3p**
2.a)	$x\circ y=7xy+x+y+\frac{1}{7}-\frac{1}{7}=$ $=7x\left(y+\frac{1}{7}\right)+\left(y+\frac{1}{7}\right)-\frac{1}{7}=7\left(x+\frac{1}{7}\right)\left(y+\frac{1}{7}\right)-\frac{1}{7}$, pentru orice numere reale x și y	**3p** **2p**
b)	$7\left(x+\frac{1}{7}\right)^2-\frac{1}{7}=5\Leftrightarrow\left(x+\frac{1}{7}\right)^2=\frac{36}{49}\Leftrightarrow x+\frac{1}{7}=-\frac{6}{7}$ sau $x+\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$ $x=-1$ sau $x=\frac{5}{7}$	**3p** **2p**

c)	De exemplu, $a=\frac{1}{7}$ și $b=\frac{3}{7}$	**2p**
	$a\circ b=7\left(a+\frac{1}{7}\right)\left(b+\frac{1}{7}\right)-\frac{1}{7}=7\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{4}{7}-\frac{1}{7}=1\in\mathbb{N}$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{2x-2(x-1)}{x^2}=$	**3p**
	$=\frac{x-2x+2x-2}{x^2}=\frac{x-2}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a,f(a))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-x\Leftrightarrow f'(a)=-1$	**3p**
	$\frac{a-2}{a^2}=-1\Leftrightarrow a^2+a-2=0\Leftrightarrow a=-2$, care nu convine sau $a=1$, care convine	**2p**
c)	$f'(x)<0$, pentru orice $x\in(0,2)\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(0,2)$	**2p**
	$0<1<\frac{\pi}{2}<2\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right)<f(1)$ și, cum $f(1)=0$, obținem $f\left(\frac{\pi}{2}\right)<0$	**3p**
2.a)	$\int_1^e f'(x)dx=f(x)\Big\vert_1^e=\ln x\Big\vert_1^e=$	**3p**
	$=\ln e-\ln 1=1$	**2p**
b)	$\int_1^e \frac{f^2(x)}{x}dx=\int_1^e \frac{1}{x}\ln^2 x\,dx=\frac{\ln^3 x}{3}\Big\vert_1^e=$	**3p**
	$=\frac{1}{3}$	**2p**
c)	$\int_1^p x f(x)dx=\int_1^p x\ln x\,dx=\frac{x^2}{2}\ln x\Big\vert_1^p-\int_1^p \frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}dx=\frac{p^2}{2}\ln p-\frac{p^2}{4}+\frac{1}{4}$	**3p**
	$\frac{p^2}{2}\ln p-\frac{p^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{p^2}{2}\ln p-\frac{3}{4}$ și, cum $p>1$, obținem $p=2$	**2p**