

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $2 \cdot (18 - 2 \cdot 9) + (2 \cdot 9 - 8) : 2 = 5!$
- 5p 2. Határozd meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 1$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x - 1$ függvények grafikus képei metszéspontjának koordinátáit!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_2(10 - 2x) = 1$ egyenletet!
- 5p 4. Határozd meg hány olyan kétjegyű páros természetes szám létezik, melyeknek mindkét számjegye különbözik nullától!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,2), B(5,2), C(5,6)$ pontok. Igazold, hogy az ABC háromszög egyenlő szárú!
- 5p 6. Igazold, hogy $(\sin 60^\circ - \cos 60^\circ)(\sin 60^\circ + \cos 60^\circ) = \frac{1}{2}!$

II. FELADATSOR

(30 punct)

A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$ műveletet.

- 5p 1. Igazold, hogy $3 \circ (-1) = 9!$
- 5p 2. Igazold, hogy a „ \circ ” művelet kommutatív!
- 5p 3. Igazold, hogy $x \circ y = (x + 3) \cdot (y + 3) - 3$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p 4. Határozd meg az a valós paraméter értékét, amelyre $a \circ x = a$, bármely x valós szám esetén!
- 5p 5. Igazold, hogy ha $x, y \in (-3, \infty)$, akkor $x \circ y \in (-3, \infty)!$
- 5p 6. Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $(x + y) \circ (x - 3) \leq 37!$

III. FELADATSOR

(30 punct)

Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5^a \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a egy valós szám.

- 5p 1. Igazold, hogy $\det(A(3)) = 125!$
- 5p 2. Igazold, hogy $A(a) \cdot A(b) = A(a + b)$, bármely a és b valós szám esetén.
- 5p 3. Igazold, hogy $A(1) \cdot A(4) - A(2) \cdot A(3) = O_2$, ahol $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}!$
- 5p 4. Igazold, hogy $A(a)$ invertálható, bármely a valós szám esetén!
- 5p 5. Határozd meg azt az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $A(2) \cdot X = A(0)!$
- 5p 6. Határozd meg az n természetes szám értékét, amelyre $\det(A(n)) \leq \sqrt[3]{125}!$