

**Examenul de bacalaureat național 2020**  
**Proba E. c)**  
**Matematică M\_tehnologic**

Test 5

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 punct din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3ore.

**I. FELADATSOR**

(30 punct)

- 5p** 1. Igazoljátok, hogy  $\left(3 - 3 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{5}{14} = 1$ .
- 5p** 2. Határozzátok meg azokat az  $m$  valós számokat, amelyekre az  $A(m,6)$  pont rajta van az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2$  függvény grafikonján.
- 5p** 3. Oldjátok meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{14-x} = \sqrt{3x+6}$  egyenletet.
- 5p** 4. Számítsátok ki annak valószínűségét, hogy kiválasztva egy  $n$  számot a kétjegyű természetes számok közül, igaz legyen az  $n \cdot (n-10)(n-11) \leq 0$  egyenlőtlenség.
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(3,1)$ ,  $B(-1,4)$  és  $C(3,7)$  pontok. Számítsátok ki az  $ABC$  háromszög területét.
- 5p** 6. Igazoljátok, hogy  $\sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ + 2\sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ = 1$ .

**II. FELADATSOR**

(30 pont)

1. Adottak az  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  és  $A(x) = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & 3-x \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $x$  egy valós szám.
- 5p a)** Igazoljátok, hogy  $\det(A(1)) = -5$ .
- 5p b)** Igazoljátok, hogy  $A(x) + A(-x) = 2A(0)$ , bármely  $x$  valós szám esetén.
- 5p c)** Határozzátok meg az  $x$  valós számot, amelyre  $A(x) \cdot A(x) = 10 \cdot I_2$ .
2. A valós számok halmazán értelmezett az alábbi művelet  $x * y = 2x + y - 3xy$ .
- 5p a)** Igazoljátok, hogy  $1 * 2 = -2$ .
- 5p b)** Oldjátok meg a valós számok halmazán az  $x * (x-1) = -1$  egyenletet.
- 5p c)** Adjatok példát két irracionális  $a$  és  $b$  számra, amelyre  $a * b \in \mathbb{N}$ .

**III. FELADATSOR**

(30 pont)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3$  függvény.
- 5p a)** Igazoljátok, hogy  $f'(x) = 5x^2(x-3)(x-1), x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b)** Határozzátok meg az  $x = 1$  abszcisszájú pontban, az  $f$  függvény grafikonjához húzott érintő egyenletét.
- 5p c)** Igazoljátok, hogy  $-27 \leq f(x) \leq 1$ , bármely  $x \in [0,3]$  esetén.

2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2, & x \in (-\infty, 0) \\ e^x + 1, & x \in [0, \infty) \end{cases}$ .

**5p a)** Igazoljátok, hogy  $\int_0^1 f(x) dx = e$ .

**5p b)** Igazoljátok, hogy az  $f$  függvény primitiválható  $\mathbb{R}$ -en.

**5p c)** Számítsátok ki  $\int_{-1}^1 x \cdot f(x) dx$ .