

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Számítsd ki a $(b_n)_{n \geq 1}$ mértani haladvány első tagját, ha tudjuk, hogy $b_3 = 12$ és az állandó hányados $q = 2$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ függvény. Határozd meg x azon valós értékeinek halmazát, amelyekre $f(x) \geq f(1)$.
- 5p 3. Oldd meg a $\log_5(x+1) = \log_5(11-x)$ egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p 4. Számítsd ki: $C_{11}^9 - C_{11}^2$.
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(-3,4)$, $B(1,0)$ és $C(5,4)$ pontok. Igazold, hogy az ABC egy egyenlő szárú, derékszögű háromszög!
- 5p 6. Igazold, hogy $\frac{\sin 135^\circ}{\cos 45^\circ} = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$ mátrix.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = -1$.
- 5p b) Igazold, hogy $A \cdot A \cdot A = A$.
- 5p c) Határozd meg az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot úgy, hogy $A \cdot X = I_2 + 3A$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $2 * 2020 = 2$.
- 5p b) Igazold, hogy $x * y = (x-2)(y-2) + 2$, bármely x és y valós számok esetén!
- 5p c) Határozd meg azokat az m és n természetes számokat amelyekre teljesül, hogy $m * n = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2(x-1)e^x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 2xe^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Számítsd ki: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x}$.
- 5p c) Igazold, hogy $xe^x \geq e^x - 1$, bármely x valós szám esetén!
2. Adott az $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x+4}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^2 (x+4)f(x) dx = 6$.
- 5p b) Számítsd ki: $\int_{-2}^0 f(x) dx$.

5p c) Igazold, hogy $\int_{-3}^a f'(x)f''(x) dx = 2\left(\frac{1}{(a+4)^4} - 1\right)$, bármely $a \in (-3, +\infty)$ esetén!