

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică M_{șt-nat}

Test 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Minden feladat megoldása kötelező. Hivatalból jár 10 pont.
- Effektiv munkaidő 3 óra

I FELADATSOR

(30 pont)

- 5p** 1. Határozzátok meg a $(b_n)_{n \geq 1}$ mértani hahadvány első öt tagjának összegét, tudva azt, hogy $b_1 = 1$ és $b_2 = 2$.
- 5p** 2. Adott az $f: R \rightarrow R$ függvény, $f(x) = 3x^2 - 11x + 6$. Határozzátok meg az x valós szám azon értékeinek halmazát amelyekre az $A(x, f(x))$ pontok az Ox tengely alatt helyezkednek el.
- 5p** 3. Oldjátok meg a valós számok halmazán a $\lg(1-x) - \lg(7-x) = -1$ egyenletet.
- 5p** 4. Határozzátok meg azt az n , $n \geq 2$ természetes számot amelyre $C_n^1 + C_n^2 = 6$.
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adott az $A(2a-1, a^2)$ pont, ahol a valós szám. Határozzátok meg azokat az a valós számokat amelyekre az A pont rajta van az $y = x + 4$ egyenletű d egyenesen.
- 5p** 6. Határozzátok meg $\cos 2x$ értékét, tudva azt, hogy x valós szám és $\sin x = \frac{12}{13}$.

II FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix és az $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \\ ax + y + z = 3 \end{cases}$, egyenletrendszer, ahol a valós szám.
- 5p** a) Mutassátok ki, hogy $\det(A(1)) = -9$.
- 5p** b) Bizonyítsátok be, hogy a $B(a) = A(a) \cdot A(a)$ mátrix elemeinek összege **nem** függ az a valós számtól.
- 5p** c) Ha $a = -2$ igazoljátok, hogy az egyenletrendszer összeférhetetlen..
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = xy + m(x + y)$ művelet, ahol m valós szám.
- 5p** a) Igazoljátok, hogy $(-1) * 1 = -1$, bármely m valós szám esetén.
- 5p** b) Bizonyítsátok be, hogy $x * y = (x + m)(y + m) - m^2$, minden x , y és m valós szám esetén.
- 5p** c) Ha $m = -1$, határozzátok meg azokat az x valós számokat, amelyekre $5^x * 5^{x+1} = -1$.

III FELADATSOR

(30 pont)

1. Legyen az, $f: (0, +\infty) \rightarrow R$, $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$ függvény.
- 5p** a) Igazoljátok, hogy $f'(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Határozzátok meg az f függvény grafikus képe aszimptotájának egyenletét $+\infty$ felé.
- 5p** c) Számítsátok ki: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$.

2. Adottak az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} + e^x + m$, ahol m valós szám és $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$F(x) = \ln x + e^x + 4x + 1$ függvények.

5p a) Határozzátok meg az m valós számot úgy, hogy a F függvény a f függvény egy primitív függvénye legyen..

5p b) $m = 4$ esetén számítsátok ki: $\int_1^e f(x) dx$.

5p c) $m = 0$ esetén számítsátok ki $\int_1^2 x f(x) dx$.