

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Test 9

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Az  $(a_n)_{n \geq 1}$  számtani haladványban  $a_1 = 2$  és  $a_4 = 11$ . Számítsd ki a haladvány első négy tagjának összegét!
- 5p 2. Adottak az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x$  és  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x - 4$  függvények. Határozd meg a két függvény grafikus képe metszéspontjának koordinátáit!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\sqrt[3]{x+2} - 2 = 0$  egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám minden számjegye páros legyen!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(-1,5)$  és  $B(3,1)$  pontok. Határozd meg az  $A$  pont  $B$  pont szerinti szimmetrikusának a koordinátáit!
- 5p 6. Az  $ABC$  háromszögben  $AB = 8$ ,  $AC = 6$  és  $BC = 10$ . Számítsd ki  $\cos B$  értékét!

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  és  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy  $\det(A + I_3) = 4$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $A \cdot A \cdot A + A = 2A \cdot A$ .
- 5p c) Határozd meg az  $x$  valós értékeinek halmazát, amelyekre a  $B(x) = A + xI_3$  mátrix invertálható!
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = x + ay + 1$  műveletet, ahol  $a$  egy valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy  $2020 * 0 = 2021$ , bármely  $a$  valós szám esetén!
- 5p b) Határozd meg az  $a$  valós számot, tudva, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!
- 5p c) Ha  $a = -1$ , határozd meg az  $x$  valós számot amelyre  $4^x * 2^x = 1$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az  $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x-2}$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$ ,  $x \in (2, +\infty)$ .
- 5p b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének az  $x = 3$  abszcisszájú pontjában, az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Igazold, hogy az  $f'$  függvény növekvő a  $(2, +\infty)$  intervallumon!
2. Adotta az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $\int_1^e \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{f(x)} dx = 1$ .
- 5p b) Számítsd ki:  $\int_1^2 f^2(x) dx$ .
- 5p c) Igazold, hogy  $\int_0^{2020} f(x) dx \leq \int_0^a f(x) dx$ , bármely  $a \in [2020, +\infty)$  esetén!