

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Test 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Határozd meg a $z = (3 + 2i)(3 - 2i) - (4 - i)$ komplex szám valós részét!
- 5p 2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$ és a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 3$ függvények. Számítsd ki az $(f \circ g)(2)$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt[3]{2^{6x}} = 16$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy kiválasztva egy számot a háromjegyű természetes számok halmazából, a számjegyeinek a szorzata páratlan szám legyen!
- 5p 5. Adott az $ABCD$ paralelogramma, $AD = 6$ és $AB = 4$ és $m(\angle ADC) = 120^\circ$. Számítsd ki a $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{AD}$ vektor modulusát.
- 5p 6. Adott az ABC háromszög, amelyben $AB = 60$, $AC = 80$ és $BC = 100$. Számítsd ki az ABC háromszög AD magasságának a hosszát.

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 2a+1 & 1 & -2 \\ a-1 & -1 & 1 \\ 2a & -2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix és az $\begin{cases} (2a+1)x + y - 2z = a \\ (a-1)x - y + z = a+1 \\ 2ax - 2y + z = 1 \end{cases}$ egyenletrendszer, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(A(1)) = 1$.
- 5p b) Határozd meg azt az a valós számot, amelyre $A(a)$ **nem** invertálható!
- 5p c) Határozd meg az a valós számot úgy, hogy létezzenek y_0 és z_0 valós számok, amelyekre a $(2, y_0, z_0)$ az egyenletrendszer megoldása legyen.
2. A $G = (0, +\infty)$ halmazon értelmezzük az $x * y = \sqrt[3]{x^{\log_2 y}}$ asszociatív és semleges elemmel rendelkező műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $2 * 64 = 4$.
- b) Mutassátok ki, hogy a "*" művelet kommutatív!
- c) Határozd meg azokat az $x \in G$ értékeket, amelyek egyenlőek a szimmetrikusukkal, a "*" műveletre nézve.

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-5)(x-4)(x-3)(x-2) + 1$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(5) = 6$.
- 5p b) Számítsd ki $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(n+1) - 1}{f(n) - 1} \right)^n$.
- c) Bizonyítsd be, hogy az $f'(x) = 0$ egyenletnek három valós megoldása van.
- 5p

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$ függvény.

5p a) Határozd meg a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (1 + e^x)f(x)$ függvénynek azt a G primitív függvényét, amelyre $G(0) = 0$.

5p b) Számítsd ki $\int_0^1 f(x) dx$

5p c) Bizonyítsd be, hogy $\int_{-1}^1 f(x) \cos x dx = 0$