

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Test 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Igazold, hogy $2,5 : 0,5 - 5\left(6,5 - \frac{11}{2}\right) = 0$.
- 5p 2. Ha x_1 és x_2 az $x^2 + mx + 1 = 0$ egyenlet megoldásai, ahol m egy valós szám, határozd meg az m valós számot, tudva, hogy $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 1$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán az $1 + \sqrt{x-2} = 3$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám osztahó legyen 10-zel!
- 5p 5. Az xOy derékszögű-koordináta rendszerben adottak az $A(-4,6)$, $B(4,6)$ és $C(-4,0)$ pontok. Számítsd ki az ABC háromszög területét!
- 5p 6. Számítsd ki $\cos A$ értékét, ha A egy hegyesszög és $\sin A = \frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(A + I_2) = 5$.
- 5p b) Igazold, hogy $A \cdot A = 4A$.
- 5p c) Igazold, hogy végtelen sok olyan $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix létezik, amelyre $A \cdot X = X \cdot A$.
- 2) A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = \frac{xy + x + y - 1}{2}$ asszociatív műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $1 * 2 = 2$.
- 5p b) Határozd meg az x valós értékeinek halmazát, amelyekre $x * x \leq 1$.
- 5p c) Számítsd ki: $(-1) * 0 * 1 * \dots * 2020$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2\ln x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait!
- 5p c) Igazold, hogy $\ln \frac{2}{3} \leq -\frac{5}{18}$.
2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2020} - 2020x + 1$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 (f(x) + 2020x - 1) dx = \frac{1}{2021}$.
- 5p b) Igazold, hogy az f függvény minden primitív függvénye konvex az $[1, +\infty)$ intervallumon!
- 5p c) Számítsd ki: $\int_0^1 (f(-x) - f(x)) e^x dx$.