Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 13

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{16}-\sqrt{32}+\sqrt{18}+\sqrt{2}-2^2=4-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}+\sqrt{2}-4=$	**3p**
	$=(4-4)+(-4+3+1)\sqrt{2}=0$	**2p**
2.	$f(1)=1+a^2$, deci $1+a^2=2$	**2p**
	$a^2=1$, deci $a=-1$ sau $a=1$	**3p**
3.	$3x+1=4$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de o cifră sunt 5 numere impare, deci sunt 5 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$	**1p**
5.	A este mijlocul segmentului BC, unde C este simetricul lui B față de A, deci $3=\dfrac{3+x_C}{2}$ și $1=\dfrac{7+y_C}{2}$	**3p**
	$x_C=3$, $y_C=-5$	**2p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=\dfrac{1}{2}$ și, cum $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\sin^2 x-2\sin x\cos x+\cos^2 x=(\sin x-\cos x)^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{vmatrix}=2\cdot 2-3\cdot 3=$	**2p**
	$=4-9=-5$	**3p**
b)	$A\cdot M(x)=A\cdot(B+xI_2)=A\cdot B+xA$, $M(x)\cdot A=(B+xI_2)\cdot A=B\cdot A+xA$, pentru orice număr real x	**3p**
	Cum $A\cdot B=B\cdot A$, obținem $A\cdot M(x)=M(x)\cdot A$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}13 & 12\\ 12 & 13\end{pmatrix}$, $A+M(x)=\begin{pmatrix}2+x & 4\\ 4 & 2+x\end{pmatrix}\Rightarrow A\cdot A-3(A+M(x))=\begin{pmatrix}7-3x & 0\\ 0 & 7-3x\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**

	$\begin{pmatrix} 7-3x & 0 \\ 0 & 7-3x \end{pmatrix} = I_2 \Leftrightarrow 7-3x=1$, de unde obţinem $x=2$	**2p**
2.a)	$2020*(-3)=\frac{1}{3}\cdot 2020\cdot(-3)+2020+(-3)=$	**3p**
	$=-2020+2020-3=-3$	**2p**
b)	$6*x=\frac{1}{3}\cdot 6\cdot x+6+x=3x+6$, $(6*x)*6=(3x+6)*6=\frac{1}{3}(3x+6)\cdot 6+3x+6+6=9x+24$	**3p**
	$9x+24=6 \Leftrightarrow x=-2$	**2p**
c)	$x*\frac{1}{x}=\frac{1}{3}\cdot x\cdot\frac{1}{x}+x+\frac{1}{x}=\frac{1}{3}+x+\frac{1}{x}=\frac{3x^2+x+3}{3x}$, pentru orice număr real nenul x	**3p**
	$\frac{3x^2+x+3}{3x}=-3 \Leftrightarrow 3x^2+10x+3=0$, de unde obţinem $x=-3$ sau $x=-\frac{1}{3}$, care convin	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(x^3-3x+3\right)'=3x^2-3=$	**3p**
	$=3\left(x^2-1\right)=3(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-x^3}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-3x+3}{x+1}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-3+\frac{3}{x}}{1+\frac{1}{x}}=-3$	**3p**
c)	$f(0)=3$, $f'(0)=-3$	**2p**
	Ecuaţia tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=-3x+3$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x-e^x\right)dx=\int_{-1}^{1}\left(x^4+x+e^x-x-e^x\right)dx=\int_{-1}^{1}x^4dx=\frac{x^5}{5}\Big\vert_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=\frac{1}{5}-\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{5}$	**2p**
b)	$\int_{1}^{e}\left(f(x)-x^4-e^x\right)\ln x\,dx=\int_{1}^{e}x\ln x\,dx=\frac{x^2}{2}\cdot\ln x\Big\vert_{1}^{e}-\int_{1}^{e}\frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}dx=$	**3p**
	$=\frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big\vert_{1}^{e}=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}-=\frac{e^2+1}{4}$	**2p**
c)	$\int_{0}^{a}\left(x^4+x+e^x\right)dx=\left(\frac{x^5}{5}+\frac{x^2}{2}+e^x\right)\Big\vert_{0}^{a}=\frac{a^5}{5}+\frac{a^2}{2}+e^a-1=\frac{2a^5+5a^2-10}{10}+e^a$	**3p**
	$\frac{2a^5+5a^2-10}{10}+e^a=\frac{5a^2+54}{10}+e^a \Leftrightarrow 2a^5=64$, deci $a=2$	**2p**