

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 16

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Igazold, hogy $\log_5 5 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) : \frac{5}{12} = 0$.
- 5p 2. Határozd meg az n természetes számot, amelyre az $A(n, 7)$ pont eleme az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$ függvény grafikonjának!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán az $\sqrt{x^2 - 9} = x - 3$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám \overline{aa} alakú legyen, ahol a egy nullától különböző számjegy!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1, 4)$, $B(5, 4)$ és $C(3, 0)$ pontok. Számítsd ki az ABC háromszög területét!
- 5p 6. Számítsd ki az A -ban derékszögű ABC háromszög B szögének mértékét, ha $AC = 3$ és $BC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = 4$.
- 5p b) Igazold, hogy $A \cdot A + 3A + 4I_2 = O_2$.
- 5p c) Határozd meg az x és y valós számokat, úgy, hogy $A \cdot A \cdot A = xA + yI_2$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = 2xy - 2x - 2y + 3$ műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $2020 * 1 = 1$.
- 5p b) Igazold, hogy $x * y = 2(x-1)(y-1) + 1$, bármely x és y valós számok esetén.
- 5p c) Határozd meg az x valós számokat, amelyekre $(x * x) * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^3 - 9x + 5$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 9(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képe az $x=1$ abszcisszájú pontjában, az f függvény grafikus képehez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Igazold, hogy $f(2019) + f(2021) \leq f(2020) + f(2022)$.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^3 (f(x) + 4) dx = 9$.
- 5p b) Számítsd ki: $\int_0^1 \frac{1}{f(x) + 5} dx$.
- 5p c) Határozd meg az a valós számot, $a > 0$, amelyre $\int_{\frac{1}{a}}^a f\left(\frac{1}{x}\right) dx = -8$.